

## LISTA DE EXERCÍCIOS 2

### MATRIZES/ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

1. Descreva a matriz de ordem  $2 \times 3$  em que  $a_{ij} = 3i + j$  e a matriz de ordem  $3 \times 2$  em que  $b_{ij} = i^j$ .
2. Calcule  $x$  para que a matriz  $A$  abaixo seja diagonal:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2x - 24 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Uma matriz é dita *simétrica* se for igual a sua transposta. Neste caso, calcule  $x$  e  $y$  para que a matriz  $B$  abaixo seja simétrica

$$B = \begin{bmatrix} 3 & x+y & x+9 \\ 0 & -4 & 7 \\ -2y & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Na matriz  $A = (a_{ij})_{5 \times 2} = \begin{cases} i-j, & i > j \\ i^j, & i < j \\ 0, & i = j \end{cases}$ , qual o valor do elemento  $a_{42}$ ?

5. Dadas as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ , determine  $\frac{1}{2}A - 2B$ .

6. Com as matrizes do exercício anterior, calcule  $3(A + B)$ .

### MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES

7. Efetue, se possível:

a)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -3 \\ 0 & 6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

8. Dadas as matrizes quadradas, de ordem 3,  $A = (a_{ij}) = 2i - j$ ,  $B = (b_{ij}) = ij$ , e matriz  $I_3$  (identidade de ordem 3), calcule:

a)  $AB + 2A$

b)  $AI - IB + A^2$

9. (Cefet – PR) Se  $A$ ,  $B$  e  $C$  são matrizes do tipo  $2 \times 3$ ,  $3 \times 1$  e  $1 \times 4$ , respectivamente, então o produto  $A \cdot B \cdot C$

- a) é matriz do tipo  $4 \times 2$   
b) é matriz do tipo  $2 \times 4$   
c) é matriz do tipo  $3 \times 2$

- d) é matriz do tipo  $4 \times 3$   
e) não é definido

10. A família Adams tem dois carros na garagem, um movido a gasolina, cujo tanque tem 60 litros de capacidade, e outro a álcool, com tanque de 40 litros. Já a família Buscapé tem um carro a gasolina, de 45 litros de capacidade, e outro a álcool, com 40 litros de capacidade. As duas famílias vivem numa cidade que tem 2 postos de combustível diferentes. Observe as duas tabelas abaixo.

	Preço do litro da gasolina	Preço do litro do álcool
Posto 1	R\$ 2,50	R\$ 1,80
Posto 2	R\$ 2,20	R\$ 1,70

	Família Adams	Família Buscapé
Tanque do carro a gasolina (em litros)	60	45
Tanque do carro a álcool (em litros)	40	40

Após multiplicar a matriz  $A = \begin{pmatrix} 2,50 & 1,80 \\ 2,20 & 1,70 \end{pmatrix}$  pela matriz  $B = \begin{pmatrix} 60 & 45 \\ 40 & 40 \end{pmatrix}$ , o que é IMPOSSÍVEL descobrir?

- O custo da família Adams para encher o tanque dos seus dois carros em cada posto.
  - Em qual posto é mais econômico para a família Buscapé encher o tanque dos seus carros.
  - Quanto cada família costuma gastar para abastecer os seus carros em cada posto, no período de um ano.
  - O quanto arrecada o posto 1 quando, nele, as duas famílias, juntas, enchem o tanque dos seus dois carros.
  - Que é mais atraente para as duas famílias adquirir os combustíveis no posto 2.
11. Na Copa do Mundo de 2006, na Alemanha, o grupo F foi composto por Brasil, Croácia, Austrália e Japão. Observe as duas tabelas a seguir:

País	Vitórias	Empates	Derrotas
Brasil	3	0	0
Croácia	0	2	1
Austrália	1	1	1
Japão	0	1	2

Resultado	Pontuação
Vitória	3
Empate	1
Derrota	0

A matriz  $F = \begin{bmatrix} \text{Brasil} \\ \text{Croácia} \\ \text{Austrália} \\ \text{Japão} \end{bmatrix}$ , que representa a pontuação final de cada seleção, ao fim da primeira fase, é qual?

### MATRIZ INVERSA/DETERMINANTES

12. Determine  $A^{-1}$ , sendo  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$ .

13. (UFSC - 2006) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

- Se  $K = (k_{ij})$  é uma matriz quadrada de ordem 2 dada por  $k_{ij} = 2^{2i+j}$  para  $i < j$  e  $k_{ij} = i^2 + 1$  para  $i \geq j$ , então  $K$  é uma matriz inversível.
- Se  $A$  e  $B$  são matrizes tais que  $A \cdot B$  é a matriz nula, então  $A$  é a matriz nula ou  $B$  é a matriz nula.
- Sejam as matrizes  $M$  e  $P$ , respectivamente, de ordens  $5 \times 7$  e  $7 \times 5$ . Se  $R = M \cdot P$ , então a matriz  $R^2$  tem 625 elementos.
- Chamamos "traço de  $L$ " e anotamos  $\text{tr}(L)$  a soma dos elementos da diagonal principal de uma matriz quadrada  $L$ ; então  $\text{tr}(L) = \text{tr}(L^t)$ .

14. (UDESC – 2009.1) Dada a matriz  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ , seja a matriz  $B$  tal que  $A^{-1}BA = D$ , e  $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , então o determinante de  $B$  é igual a:
- a) 3                                  c) 2                                  e) -3  
b) -5                                  d) 5
15. (UDESC – 2008.2) Considere  $A = \begin{bmatrix} 8 & -2 \\ 11 & 4 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}$  duas matrizes de ordem dois por dois. Se  $A^T$  é a matriz transposta de  $A$ , e  $B^{-1}$  é a matriz inversa de  $B$ , o valor de  $\det(A^T B^{-1}) + \det(A+B)$  é igual a:
- a) 69                                  c) 108                                  e) -15  
b) 6                                  d) -21

### SISTEMAS LINEARES

16. Numa fazenda criam-se porcos e galinhas. Sabendo que o total de animais é 136, e o de patas, 290, calcule a quantidade de porcos dessa fazenda.
17. Ubirajara pensa em dois números. Diz que o dobro do primeiro menos o quádruplo do segundo vale 96. Além disso, o segundo menos a metade do primeiro resulta em -24.
- a) A situação descrita é possível?  
b) É possível determinar os números pensados por Ubirajara?  
c) E se o resultado fosse 24, em vez de -24? Seria possível a situação descrita?
18. Duas matrizes  $X$  e  $Y$  de ordem  $1 \times 3$  são tais que, somadas, resultam em  $A = \begin{bmatrix} -43 \\ 2 \\ 17 \end{bmatrix}$  e, subtraídas, dão como resultado a matriz  $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 18 \\ 17 \end{bmatrix}$ . Calcule as matrizes  $X$  e  $Y$ .
19. (UFSC – 2008 – adaptada) Numa promoção oferecida por uma loja de eletrodomésticos, se o cliente comprar um forno de microondas e um refrigerador, pagará R\$ 1490,00. Se adquirir um refrigerador e um fogão, o custo será de R\$ 1750,00. Já se optar por um fogão e um forno de microondas, o preço das duas aquisições juntas será de R\$ 840,00. Determine o valor da décima parte do preço do forno de microondas.
20. (UFSC – 2007) Pedro, Luiz, André e João possuem, juntos, 90 CDs. Se tirarmos a metade dos CDs de Pedro, dobrarmos o número de CDs de Luiz, tirarmos 2 CDs de André e aumentarmos em 2 o número de CDs de João, eles ficarão com a mesma quantidade de CDs. Determine o número inicial de CDs de André.
21. (ACAFE – 2008.1) Segundo a entidade Council of Logistic Management, a logística é um processo de planejar, implementar e controlar eficientemente, com o menor custo possível, o fluxo e armazenamento de matérias-primas, estoques durante a produção, produtos acabados e informações relativas essas atividades, desde o ponto de origem até o ponto de consumo. Em relação ao transporte e produtos, os sistemas lineares desempenham um papel fundamental na logística. O proprietário de uma transportadora oferece seus serviços para as empresas  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Sabemos que o custo para a empresa  $X$  é o mesmo que para as empresas  $Y$  e  $Z$  juntas; o preço de  $Y$  é a diferença entre o dobro da empresa  $X$  e R\$ 500,00, e o preço de  $Z$  é a diferença entre o triplo de  $Y$  e R\$ 800,00. Nessas condições, o valor total, em reais, que a transportadora recebe pelos serviços prestados para as empresas  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  é:
- a) 400                                  c) 800                                  e) 1000  
b) 700                                  d) 900

22. (UFRN) A solução do sistema abaixo é:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 4x + 2y - z = 5 \\ x + 3y + 2z = 13 \end{cases}$$

- a) (-2, 7, 1)                      c) (0, 1, 5)                      e) (1, 2, 3)  
 b) (4, -3, 5)                      d) (2, 3, 1)

23. Calcule t para que o sistema abaixo não seja possível e determinado:

$$\begin{cases} x + 6y - z = 4 \\ x + 5y + 3z = 3 \\ 2x + ty + 2z = 7 \end{cases}$$

### QUESTÕES SOMATÓRIO UFSC

24. (UFSC – 2004) Assinale no cartão-resposta a soma dos números associados à(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. Uma pequena indústria produz três tipos de produto que indica-mos por x, y, z. As unidades vendidas de cada produto e o faturamento bruto da empresa em três meses consecutivos são os dados na tabela abaixo. Então, os preços dos produtos x, y e z só podem ser, respectivamente, R\$ 1.000,00, R\$ 5.000,00 e R\$ 3.000,00.

Mês	Unidades de x vendidas	Unidades de y vendidas	Unidades de z vendidas	Faturamento bruto
1	1	5	3	R\$ 35.000,00
2	4	1	2	R\$ 15.000,00
3	5	6	5	R\$ 50.000,00

02. Se um sistema de equações é indeterminado, então não se pode encontrar solução para ele.

04. A solução da equação  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & x \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$  é x = 1.

08. A matriz  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 1 \\ 5 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  não possui inversa.

25. (UFSC – 2008) Considere as matrizes  $A = \begin{bmatrix} 0 & x & 1 \\ y & -1 & 0 \\ 1 & z & 0 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ y & 0 \\ 1 & x \end{bmatrix}$  e  $C =$

$\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -6 & 3 \\ 2 & z \end{bmatrix}$ , onde x, y e z variam no conjunto dos números reais. Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETAS(S)**.

01. Para z = 0, existe uma matriz X, cuja soma dos elementos é 7, tal que  $C.X = \begin{bmatrix} 64 \\ -69 \\ 20 \end{bmatrix}$ .

02. Se  $A.B = C$ , então  $x + y + z = 5$

04. A matriz transposta de  $B$  é  $B^t = \begin{bmatrix} 1 & y & -1 \\ x & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

08. A matriz  $A$  admite inversa se e somente se  $yz \neq -1$ .

26. (UFSC – 2003) Assinale no cartão-resposta a soma dos números associados à(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01. O número de elementos de uma matriz quadrada de ordem 12 é 48.

02. Somente podemos multiplicar matrizes de mesma ordem.

04. A soma das raízes da equação  $\begin{vmatrix} x & x & x \\ 4 & x & x \\ 4 & 4 & x \end{vmatrix} = 0$  é 8.

08. Uma matriz quadrada pode ter diversas matrizes inversas.

16. O sistema  $\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$  é indeterminado.

27. (UFSC - 2005) Assinale a(s) proposição(ões) **CORRETA(S)**.

01.  $A$  e  $B$  são matrizes quadradas de ordem 2 tais que  $A = 5B$ . Nestas condições, pode-se afirmar que  $\det(A) = 5\det(B)$ , sendo que  $\det(A)$  e  $\det(B)$  designam, respectivamente, os determinantes das matrizes  $A$  e  $B$ .

02. A matriz  $A = (a_{ij})_{1 \times 3}$ , tal que  $a_{ij} = i - 3j$  é  $A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & -8 \end{bmatrix}$ .

04. A soma dos elementos da inversa da matriz  $\begin{bmatrix} 1 & I \\ 0 & I \end{bmatrix}$  é igual a 2.

08. Uma matriz quadrada  $A$  se diz anti-simétrica se  $A^t = -A$ , sendo  $A^t$  a transposta da matriz  $A$ . Nessas condições pode-se afirmar que a matriz  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix}$  é anti-simétrica.

16. O par ordenado  $(x, y) = (5, 2)$  é a única solução do sistema  $\begin{cases} x + 2y = 9 \\ 3x + 6y = 27 \end{cases}$

32. Se as matrizes  $P$ ,  $Q$  e  $R$  são escolhidas entre as listadas a seguir, para que  $PQ - R$  seja uma matriz nula, o valor de  $x$  deve ser 2.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad [3x \ 5], \quad \begin{bmatrix} 6 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & x \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 19 \\ 6 \end{bmatrix}$$

## GABARITO

- 1)  $\begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$        $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{bmatrix}$
- 2) 12
- 3)  $x = 9; y = -9$
- 4) 02
- 5)  $\begin{bmatrix} 13 & 0 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$
- 6)  $\begin{bmatrix} 18 & 15 \\ 12 & 18 \end{bmatrix}$
- 7) a)  $\begin{bmatrix} -1 & 24 \\ 32 & 0 \end{bmatrix}$       b) produto não definido
- 8) a)  $\begin{bmatrix} 0 & -4 & -8 \\ 16 & 24 & 32 \\ 32 & 52 & 72 \end{bmatrix}$       b)  $\begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 \\ -9 & -2 & 5 \\ -24 & -10 & 4 \end{bmatrix}$
- 9) B
- 10) C
- 11)  $F = \begin{bmatrix} 9 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$
- 12)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$
- 13)  $01+08 = 09$
- 14) D
- 15) E
- 16) 09
- 17)
- a) Sim
- b) Não
- c) Não seria.
- 18)  $X = \begin{bmatrix} -23 \\ 10 \\ 17 \end{bmatrix}$  e  $Y = \begin{bmatrix} -20 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix}$
- 19) 29
- 20) 22
- 21) C
- 22) E
- 23)  $t = 11$
- 24)  $04+08 = 12$
- 25)  $01+08 = 09$
- 26) 04
- 27)  $02+32 = 34$